

LETTURE SCIENTIFICHE

**La formazione delle strutture a larga scala nell'Universo**

C. Sigismondi (*)

*Università degli Studi di Roma "La Sapienza"**ICRA, International Center for Relativistic Astrophysics*

Galassie ed ammassi di galassie si stagliano nello spazio vuoto fino a distanze di miliardi di anni luce, avvolti nella radiazione di fondo cosmico, che ci testimonia quanto l'Universo fosse omogeneo a 300000 anni dal *Big Bang*. In termini cosmologici da un *red shift* $z = 1000$ ad uno di $z \sim 5-6$ si è passati da contrasti di densità $\delta = \delta\rho/\rho \sim 10^{-5}$ a $\delta \geq 1$; cioè a strutture come stelle e galassie, molto più dense della densità media dell'Universo.

Ciò è avvenuto ad opera della forza di gravità in competizione con l'espansione cosmologica e l'agitazione termica delle particelle che costituiscono la maggior parte della massa dell'Universo. Considerazioni sui tempi dinamici dei processi fisici in gioco permettono di inferire che l'Universo deve essere composto da materia barionica ⁽¹⁾ per meno del 5%. La dinamica della materia oscura, efficiente molto prima di $z = 1000$, spiega la formazione di strutture a larga scala originate dai barioni caduti nelle buche di potenziale della materia oscura.

1. Il problema della materia oscura in cosmologia

I dati sperimentali dell'osservazione dell'Universo, assieme a nozioni di struttura stellare e di teoria della gravitazione (non necessariamente relativistica) permettono di provare l'esistenza di materia oscura come materiale dominante nel cosmo [1].

Considerando i dati sperimentali alla luce delle moderne teorie cosmologiche e facendo uso di conoscenze di fisica nucleare si deduce che la materia oscura è in gran parte (> 90%) non barionica.

Dato che la materia oscura deve rendere ragione

1) della massa gravitazionale degli oggetti dell'Universo (che per l'appunto risulta di gran lunga superiore a quella della materia luminosa osservata),

2) della formazione delle strutture compatibilmente con una radiazione di fondo cosmico omogenea entro $\Delta T/T \sim 10^{-5}$ [2],

3) del fatto che nessuna rilevazione diretta delle particelle che la costituiscono è stata ancora fatta a tutt'oggi [3],

la materia oscura è costituita da particelle massive capaci di interazioni deboli con la materia ordinaria, che dalle corri-

(*) E-mail: sigismondi@icra.it

⁽¹⁾ I barioni sono le componenti della materia ordinaria: protoni, neutroni e tutte le particelle composte da quark.

spondenti parole inglesi si indica con l'acronimo *wimp*, *weak interacting massive particles*.

I *wimp* non sono osservabili elettromagneticamente, ma solo dall'effetto gravitazionale che producono, pertanto soddisfano alla prima condizione. Si distingue tra materia oscura calda (*Hot Dark Matter*, HDM) e materia oscura fredda (*Cold Dark Matter*, CDM), non per riferirsi ad una temperatura della materia oscura nell'epoca attuale, ma all'energia specifica media dei *wimp* nell'epoca cosmologica in cui la massa contenuta nell'orizzonte causale ⁽²⁾ era dell'ordine della massa di una galassia ($M_{\text{Gal}} \approx 10^{10-12} M_{\odot}$). A quell'epoca il fattore di scala era $a \approx 10^{-5} a_{\text{oggi}}$ (ovvero l'Universo era più piccolo di oggi di un fattore $a \approx 10^{-5} a_{\text{oggi}}$). Se la distribuzione energetica era di origine termica, *wimp* con massa maggiore oppure minore di 500 eV davano luogo a materia oscura fredda oppure calda.

2. Il problema del free streaming in cosmologia con neutrini (Hot Dark Matter)

La lunghezza d'onda e la massa di *free streaming* ⁽³⁾ si ricavano calcolando

⁽²⁾ *L'orizzonte causale* (da qui in poi chiamato semplicemente "orizzonte") è la regione di spazio connessa causalmente, cioè almeno da un raggio di luce. Si può immaginare come una sfera il cui raggio si espande con la legge $r = ct$, anche se quest'ultimo è solitamente definito come il raggio di Hubble (o raggio dell'Universo visibile) e vale oggi circa 3000 Mpc.

⁽³⁾ Il *free streaming* è il libero diffondersi nello spazio delle particelle animate da energia cinetica di origine termica, che viene rallentato o contrastato solo dalla forza di gravità. Il *free streaming* ci sarebbe anche se l'Universo non fosse in espansione. Il *free streaming* è tanto mag-

la distanza che una particella, animata da una velocità peculiare ⁽⁴⁾ che varia col *red shift* z secondo le leggi di *scaling* cosmologiche, ha percorso fino ad un determinato tempo t , legato anch'esso al *red shift* z .

Ricordando [4] ⁽⁵⁾ che

$$z_{\text{n.r.}} \approx 2 \cdot 10^4 \left(\frac{m_{\nu}}{10 \text{ eV}} \right),$$

e assumendo per semplicità che a ta-

giore quanto più alta è la temperatura e minore la massa delle particelle, la velocità di *streaming* è legata alla temperatura dalla relazione $mv^2 = 3KT$. Nel caso delle proto-strutture a larga scala dell'Universo la forza di gravità è data dalla massa complessiva delle stesse particelle componenti la struttura, detta perciò struttura *self-gravitante*.

⁽⁴⁾ La velocità peculiare delle particelle componenti un sistema è quella che esse hanno rispetto al baricentro del sistema.

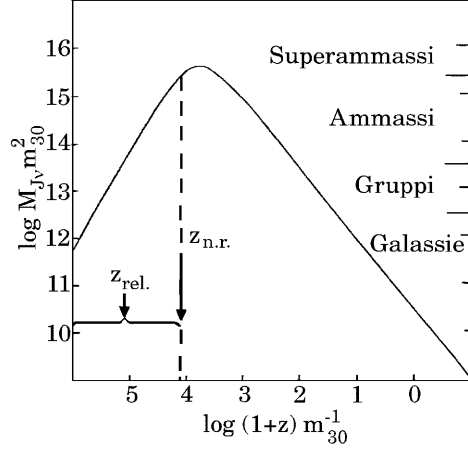
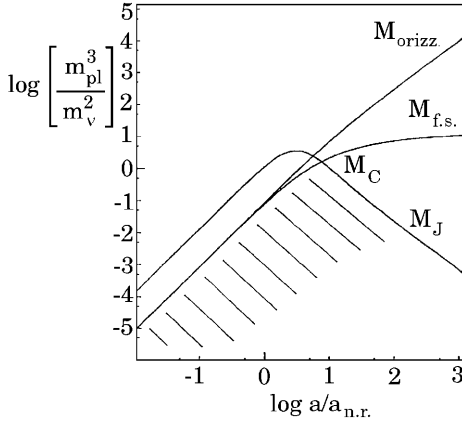
⁽⁵⁾ Il *red shift* $z_{\text{n.r.}}$ per cui i neutrini diventano non relativistici si può ricavare come fanno Bond *et al.* [4] dalla formula

$$\frac{3KT_0(1+z_{\text{n.r.}})}{2} = \frac{1}{2} m_{\nu} c^2,$$

dove $T_0 = 1.9 \text{ K}$ è la temperatura dei neutrini oggi (si veda anche S. Weinberg, *I primi tre minuti*, (Mondadori, Milano) 1977) e $z_{\text{n.r.}} \approx 2 \cdot 10^4 m_{10}$ dove $m_{10} = m_{\nu}/10 \text{ eV}$ è la massa dei neutrini misurata in unità di 10 eV.

Dopo quell'istante la dispersione di velocità, tenendo conto di tutti i fattori numerici dovuti all'uso della funzione di distribuzione di Fermi Dirac di equilibrio (distribuzione che i neutrini cosmologici conservano per tutta la loro storia, dopo i primi tre minuti, infatti restano disaccoppiati sia dalla radiazione che dalla materia ordinaria comportandosi come un fluido non collisionale), e tenendo conto della legge con cui varia la velocità peculiare in cosmologia ($v \propto z + 1$) è data da (Bond *et al.* [4])

$$\langle v^2 \rangle^{1/2} = (12\eta(5)/\eta(3))^{1/2} \frac{KT_{\nu}}{m_{\nu}c} \cdot (1+z) \approx 18m_{10}^{-1} (1+z) \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}.$$



le valore del *red shift* corrisponda la transizione tra la legge

(1a) $\langle v^2 \rangle^{1/2} \approx 18 m_{10\text{eV}}^{-1} (1+z) \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

per $z < z_{\text{n.r.}}$ e

(1b) $v = c,$

nel regime relativistico per $z \geq z_{\text{n.r.}}$, si

ha che la lunghezza di *free streaming* è

$$\lambda_{\text{f.s.}} = \int_0^t \langle v \rangle_{t'} dt',$$

dove

$$\langle v \rangle_t = \frac{\int_0^\infty dv v^2 v(z(t)) \cdot f}{\int_0^\infty dv v^2 \cdot f},$$

f è la funzione di distribuzione di Fermi-Dirac (6) e $v(z(t))$ è la velocità corrispondente al *red shift* z , data dalla legge (1a,b).

La lunghezza e quindi anche la massa di *free streaming* crescono come la lunghezza e la massa dell'orizzonte finché i neutrini sono relativistici (fig. 1, [5] e 2, [4]) fino ad un valore massimo, che è poi anche quello asintotico: $\lambda_{\text{f.s.}} \approx 40 \text{ Mpc} (m_\nu/30 \text{ eV})^{-1}$ e $M_{\text{f.s.}} \approx 3 \cdot 10^{15} M_\odot (m_\nu/30 \text{ eV})^{-2}$ (7).

(6) Nel caso dei neutrini cosmologici la funzione di distribuzione è quella semidegenere

$$f = \frac{1}{e^{\frac{E_\nu}{KT_\nu}} + 1}.$$

(7) La massa di *free streaming* risulta essere la massa al di sotto della quale le perturbazioni di densità (che si estendono su scale inferiori alla lunghezza di *free streaming*) sarebbero cancellate dalla diffusione delle particelle dalle alte alle basse densità.

Per confrontare l'andamento della curva della massa di *free streaming* (che coincide fino a $z_{n.r.}$ con quella dell'orizzonte) con quello della massa di Jeans ⁽⁸⁾ presenti nelle figure 1 e 2 si tenga presente che durante l'era della radiazione vale la relazione tra età e densità dell'Universo ⁽⁹⁾:

$$t^2 = \frac{3}{32\pi G \rho_{\text{univ.}}}$$

Poiché

$$M_{\text{orizz.}} = \rho_{\text{univ.}} \frac{4\pi}{3} (ct)^3$$

e

$$M_J = \rho_{\text{univ.}} \frac{4\pi}{3} (R_J)^3,$$

valutando la metà della lunghezza di Jeans dall'equazione ⁽¹⁰⁾

$$\frac{1}{2} m \frac{c^2}{3} = \frac{G \frac{4\pi}{3} \rho_{\text{univ.}} R_J^3}{R_J},$$

si ottiene il rapporto

$$\left. \frac{M_J}{M_{\text{orizz.}}} \right|_{z > z_{n.r.}} = \left(\frac{4}{3} \right)^{3/2} \approx 1,54.$$

⁽⁸⁾ In ogni momento della storia dell'Universo la massa di Jeans è la massa limite di una struttura sferica sottoposta alla sua stessa forza di gravità, per cui una particella a distanza r dal centro, e animata dalla velocità del suono, è in equilibrio con il potenziale gravitazionale determinato dalla massa contenuta entro quel raggio r .

⁽⁹⁾ Si parla di era della radiazione quando la densità dell'Universo era dominata dalla radiazione $\rho_{\text{rad}} \propto T^4$, mentre la densità della materia è legata alla temperatura dalla relazione $\rho_{\text{mat}} \propto T^3$, siccome la temperatura è legata alla *red shift* dalla proporzione $T \propto z + 1$, si vede che all'inizio la densità dell'Universo era dominata dalla radiazione, fino a $z = z_{\text{equidens.}} \approx 4 \cdot 10^4$ per cui $\rho_{\text{mat}} = \rho_{\text{rad}}$. Ora ci troviamo nell'era della materia. Cfr. F. Lucchin, *Introduzione alla cosmologia* (Zanichelli, Bologna) 1990.

⁽¹⁰⁾ La lunghezza di Jeans è il raggio r descritto nella nota ⁽⁸⁾; $v_{\text{suono}} = c/\sqrt{3}$.

Si vede che l'andamento della massa di Jeans è lo stesso di quella dell'orizzonte nell'era della radiazione, fin quando i neutrini sono in regime relativistico.

3. La teoria "classica" della formazione delle strutture a larga scala: i modelli CDM e HDM

Il problema principale per un modello cosmologico è come ottenere le strutture osservate oggi nell'Universo a partire da una sua descrizione spazialmente omogenea ed isotropa (modello di Friedmann). Lo studio delle anisotropie della radiazione cosmica di fondo mostra che l'Universo di Friedmann costituisce un'ottima descrizione per alti *red shift*, $z \geq 1000$, quando

$$\frac{\Delta T}{T} \approx 10^{-5}.$$

Attraverso l'effetto Sachs-Wolfe si può risalire dalle fluttuazioni di temperatura nella radiazione di fondo alle corrispondenti fluttuazioni di densità che le hanno originate: questo effetto può essere interpretato come un *red shift* gravitazionale [6] di frequenza

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{h\Phi}{c^2}$$

(dove Φ è il potenziale per unità di massa della perturbazione) che la radiazione di fondo cosmico subisce nelle regioni più dense (o meno dense) rispetto alla media.

Lo studio delle evoluzioni temporali di queste perturbazioni in teoria lineare è giustificato dai bassi valori di $\delta\rho/\rho$ che sono implicati dalle misure del satellite COBE (*COsmic Background Explorer*), esperimento DMR, sulle anisotropie della distribuzione di temperatura del fondo

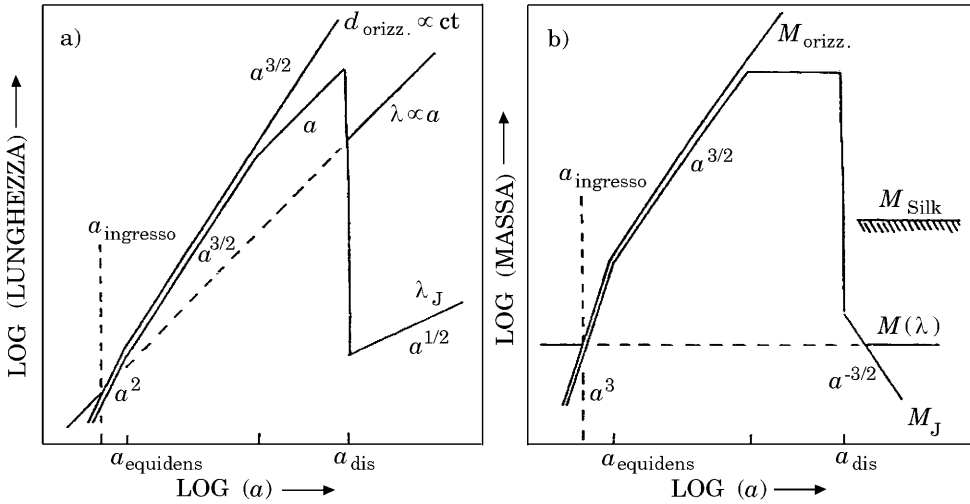


Fig. 3. – Andamento della lunghezza (a) e della massa (b) di Jeans per i barioni con il parametro di espansione (da Padmanabhan [11]), visualizzati insieme all'andamento del raggio e della massa dell'orizzonte. Sono indicati i valori del parametro di espansione a per cui la perturbazione di densità entra nell'orizzonte causale, quello per cui si ha l'equidensità e quello del disaccoppiamento tra radiazione e materia. Il *damping* di Silk occorre per lunghezze $l(t) = \frac{1}{X_e n_e \sigma} \approx 1,3 \cdot 10^{29} \text{ cm} \cdot X_e^{-1} (1+z)^{-3} (\Omega_B h^2)^{-1}$ per perturbazioni con $\lambda < l$ lo *streaming* dei fotoni smorza ogni perturbazione, per $\lambda > l$ lo smorzamento è minore ma sempre attivo ed è dovuto alla diffusione dei fotoni dalle zone più dense a quelle meno dense, la corrispondente massa di Silk è indicata.

cosmico [7] e dai più recenti esperimenti su scale angolari dell'ordine del grado [8].

Un grande ostacolo alla crescita di strutture è dato dall'espansione dell'Universo che ostacola ed a volte impedisce i collassi gravitazionali di materia; il *free streaming* gioca anche il suo ruolo nel caso in cui le particelle che costituiscono le regioni perturbate siano animate da una certa velocità peculiare.

I soli barioni, ancora accoppiati con la radiazione al momento della formazione della radiazione cosmica di fondo, non possono rendere ragione della formazione dell'attuale struttura a larga scala dell'Universo, poiché $\delta\rho_B/\rho_B \approx 10^{-4}$ (che è il valore massimo consentito dai valori osservati di $\Delta T/T$ della radiazione di

fondo cosmico ⁽¹¹⁾) nel regime di cresci-

⁽¹¹⁾ Infatti i barioni finché non si disaccoppiano dalla radiazione, a cui sono legati dallo scattering Thomson, non possono dar luogo — mediante collasso gravitazionale — alla crescita di buche di potenziale, e se ci sono delle perturbazioni di densità barioniche, a causa del loro accoppiamento con i fotoni, esse oscillano con la loro velocità del suono. Questa oscillazione è riportata graficamente anche nella fig. 7, e se i barioni fossero più abbondanti del 25% l'oscillazione si trasmetterebbe anche alla materia oscura (non più dominante) e quindi ciò si ripercuoterebbe nella radiazione di fondo cosmico in cui un *Doppler shift*

$$\frac{\Delta T}{T} \approx \frac{v_{\text{suono}}}{c} \approx 10^{-3} \gg 10^{-5}$$

diventerebbe responsabile di anisotropie di fondo cosmico molto maggiori di quelle osservate. Perciò si esclude la possibilità che l'Universo sia dominato da barioni. Peebles [6] ha introdotto un modello di *isocurvatura* in cui i barioni giocano

ta lineare $\delta \propto a$ (avendo indicato con $\delta = \delta\rho/\rho$ la perturbazione di densità e con $a \propto 1/(z+1)$ il fattore di scala dell'Universo), per cui si ha a disposizione troppo poco tempo (soltanto un fattore 1000 di incremento della scala) per giungere al momento in cui inizia la fase non lineare (dove $\delta\rho_B/\rho_B \approx 1$).

Infatti dal disaccoppiamento ⁽¹²⁾ della radiazione dalla materia ad oggi il fattore di scala a è aumentato solo di un fattore 1000, il che darebbe oggi un valore $\delta\rho_B/\rho_B \approx 10^{-1}$.

È necessario perciò che l'Universo sia costituito da *wimp* non interagenti con la radiazione già da prima del disaccoppiamento della materia ordinaria dalla radiazione, affinché la materia barionica una volta disaccoppiata abbia già pron-

ancora un ruolo centrale, ma ha il sapore di un'ipotesi *ad hoc*, e come tutte le teorie troppo aderenti ai dati rischia di essere rapidamente falsificata poiché in una data epoca non tutti i dati sono esatti (da Michael S. Turner *The hot big bang and beyond*, <http://babbage.sissa.it/astro-ph/9503017>, pag. 17, 1995). Si consideri, infine, che l'ampiezza del *Doppler shift* dipende dalla velocità del suono dei barioni. Nella radiazione di fondo cosmico l'incidenza del *Doppler shift* su scale angolari dell'ordine del grado dipende dall'abbondanza dei barioni e dalla loro influenza sulla materia oscura. Se i barioni sono meno del 10% dell'intera massa dell'Universo perturbazioni di densità di barioni grandi rispetto a quelle della materia oscura sono possibili solo su estensioni spaziali limitate, che corrispondono a scale angolari molto più piccole del grado. Anisotropie a queste scale, però, sono state cancellate dai processi di reionizzazione del mezzo interstellare occorsi dopo il disaccoppiamento (ad esempio dopo i primi processi di formazione stellare).

⁽¹²⁾ Il disaccoppiamento della radiazione dalla materia ordinaria è detto anche ricombinazione, se il fenomeno viene considerato nel verso opposto del tempo. La radiazione cessa di essere legata alla materia dallo scattering Thomson al di sotto un particolare valore della densità media dell'Universo.

te le buche di potenziale in cui cadere: quelle create dai *wimp*. I barioni finché non sono disaccoppiati dalla radiazione non possono cadere dentro queste buche, perché la loro massa di Jeans è grande [9] (fig. (3) [10]), come grande è l'accoppiamento con la radiazione attraverso lo scattering Thomson, che determina anche il *damping* di Silk (fig. 3) [11].

4. La crescita delle perturbazioni di densità

La bassa efficienza della formazione gravitazionale di strutture nel regime lineare, si riflette nella necessità di tempi lunghi perché il collasso possa avere luogo, nell'impossibilità — come abbiamo visto — di avere notevoli perturbazioni primordiali di densità (perché non sono giustificate dai dati osservativi sulle anisotropie della radiazione di fondo cosmico).

Occorre tenere presente anche che la crescita di perturbazioni nel regime lineare, a causa degli effetti di curvatura dello spazio che a piccoli *red shift* non contano, praticamente ha termine per $z \geq 1/\Omega$ ⁽¹³⁾.

Perturbazioni di grandissima lunghezza d'onda, maggiore di quella dell'orizzonte causale, crescono sempre con $\delta \approx a^2 \approx t$ nell'era della radiazione e con $\delta \approx a \approx t^{2/3}$ nell'era della materia; perturbazioni di lunghezza d'onda minore dell'orizzonte sono soggette a processi causali ed il loro comportamento diviene

⁽¹³⁾ $\Omega = \rho/\rho_C$ è il parametro di densità dell'Universo. Quando $\Omega = 1$ l'Universo è piatto o Euclideo, se $\Omega > 1$, l'Universo è chiuso e a curvatura positiva, aperto e a curvatura negativa se $\Omega < 1$; ρ_C è la densità critica oltre la quale l'Universo è chiuso

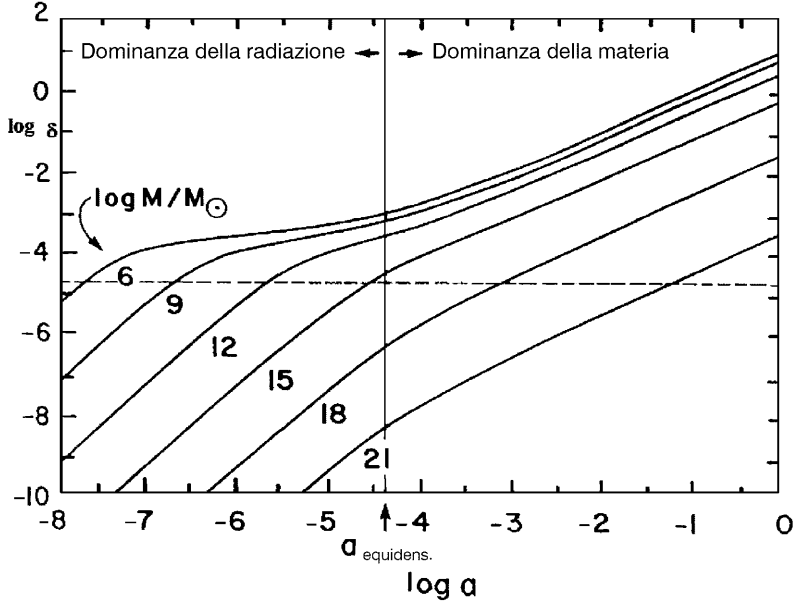


Fig. 4. – L'effetto Meszaros su perturbazioni di densità (δ) di diverse masse: la crescita è congelata fino all'equidensità tra materia e radiazione. La linea tratteggiata indica l'ampiezza delle anisotropie osservate al momento del disaccoppiamento. Solo le perturbazioni che arrivano a $\delta > 1$ entro oggi ($a = 1$) possono aver dato luogo alle strutture a larga scala che oggi osserviamo. Per questa ragione solo le perturbazioni di materia oscura con massa di Jeans $M_J \leq 10^{15} M_{\odot}$ possono aver contribuito all'attuale struttura a larga scala dell'Universo (da Primack e Blumenthal [12]).

diverso a seconda che si tratti di materia oscura fredda o calda.

Nel caso che non ci sia *free streaming* (CDM) la crescita delle perturbazioni non può essere mai ostacolata e si ha la massima efficienza di crescita, tuttavia se la $\lambda < \lambda_{\text{orizz.}}(z_{\text{equidens.}})$, cioè la perturbazione “entra” nell'orizzonte causale prima dell'era in cui nell'Universo domina la densità della materia, questa cresce pochissimo (resta “congelata”) fino all'epoca dell'equivalenza tra densità di materia e della radiazione $z_{\text{equidens.}} \approx 4 \cdot 10^4 \Omega h^2$ ⁽¹⁴⁾ poiché il tempo di caduta libera (tempo tipico dell'interazione

gravitazionale) è molto maggiore di quello di espansione nell'era dominata dalla radiazione (Effetto Meszaros, fig. 4) [12].

Questa particolare lunghezza d'onda oggi vale $\lambda_{\text{orizz.}}(z_{\text{equidens.}}) \approx 13(h^2 \Omega)^{-1}$ Mpc e vi corrisponde una massa tipica di un ammasso di galassie: $M_{\text{orizz.}}(z_{\text{equidens.}}) \approx 10^{15} M_{\odot}$.

La fig. 4 mostra che partendo da uno spettro di potenza iniziale delle perturbazioni come quello di Harrison [13]-Zel'dovich [14] ($P(k) \propto k^n$ con $n = 1$, in cui le perturbazioni a tutte le scale k hanno la stessa ampiezza), tutte le perturbazioni con $\lambda < \lambda_{\text{orizz.}}(z_{\text{equidens.}})$ hanno un fattore di crescita via via minore rispetto alle grandi lunghezze d'onda, ma queste ultime hanno poco tempo per divenire non lineari ($\delta > 1$) e dar luogo a formazione di strutture: quindi so-

⁽¹⁴⁾ Con questa notazione si intende che, nelle simulazioni e nei calcoli teorici, la costante di Hubble è presa esattamente uguale a $H_0 = 100 \cdot h$ km/s/Mpc.

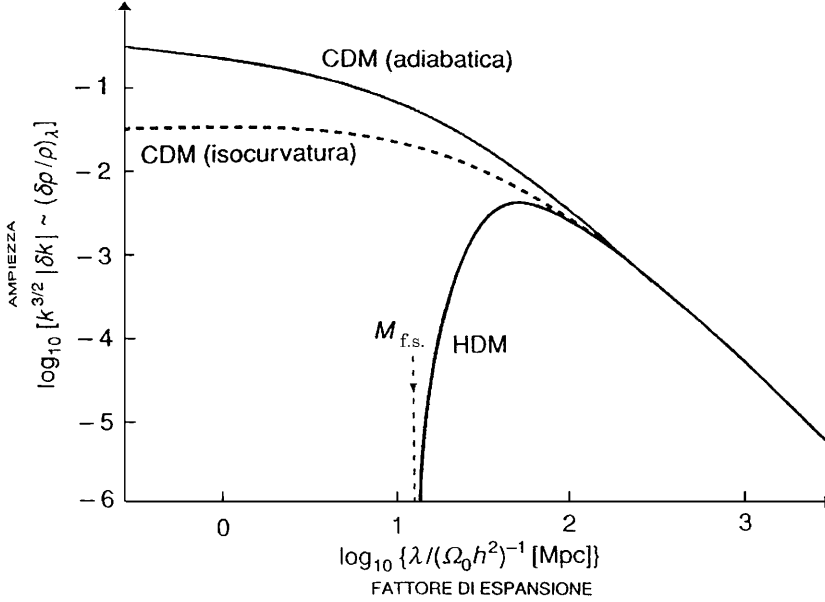


Fig. 5. – Spettri di potenza di vari modelli a materia oscura fredda (CDM) e calda (HDM), con indicato il taglio alle piccole scale dovuto alla massa di *free streaming* (da Padmanabhan [11]).

no solo quelle con lunghezze d'onda $\lambda < \lambda_{\text{orizz.}}(z_{\text{equidens.}})$ che possono arrivare al collasso non lineare entro oggi.

Questo è proprio il caso della “materia oscura fredda” CDM, che non subisce *free streaming*, in perturbazioni di $\lambda < \lambda_{\text{f.s.}}$.

Lo scenario CDM favorisce la formazione di oggetti su tutte le scale e, cominciando da quelle più piccole, si arriva, per aggregazione gravitazionale successiva, a formare strutture via via sempre più grandi (scenario *gerarchico* o *bottom-up*). $M_{\text{orizz.}}(z_{\text{equidens.}}) \approx 10^{15} M_{\odot}$, rappresenta un limite superiore alle strutture che si formano direttamente per collasso non lineare: le strutture in uno scenario CDM sono composte da *building blocks*, blocchi

costitutivi di piccola massa, inferiore alla massa galattica ⁽¹⁵⁾.

⁽¹⁵⁾ L'ipotesi di formazione di strutture mediante il processo *bottom up* ha trovato nell'interpretazione delle immagini dell'*Hubble Deep Field* un valido sostegno: le piccole galassie osservate ad alto *red shift* dal Telescopio Spaziale sono state indicate come i *building blocks*, i mattoni costitutivi delle galassie stesse. Questi *building blocks* dovrebbero essere, nell'ipotesi originale *bottom up*, composti di soli barioni di masse dell'ordine di $10^5 M_{\odot}$ (la massa di un ammasso globulare), che è proprio il valore della massa di Jeans dei barioni dopo il disaccoppiamento (cfr. fig. 3 e Steven Weinberg [9]). Il modello CDM prevede *building blocks* più massicci degli ammassi globulari. Si noti che gli oggetti osservati, piuttosto che *building blocks* di massa pari agli ammassi globulari, sembrano essere le regioni centrali delle galassie, più luminose e con formazione stellare più attiva, in evidenza rispetto al resto del disco, dove facilmente la formazione stellare non è ancora cominciata (si veda Don Savage *et al.*, *Hubble sees early building blocks*

5. Il ruolo del free streaming in presenza di neutrini

Nel caso di *Hot Dark Matter*, il valore della massa delle possibili strutture autogravitanti è limitata inferiormente dal *free streaming*. La massa di *free streaming* è dell'ordine di quella di un super ammasso di galassie (fig. 5, e 6) [11] per neutrini (“*hot dark matter*” HDM) di massa $m_\nu \sim 10$ eV.

I modelli HDM favoriscono scenari in cui prima si formano le strutture molto grandi e poi per frammentazione quelle più piccole, galassie comprese (scenario *discendente* o “*top-down*”).

La massa di *free streaming* impone che gli oggetti che si formano prima siano i superammassi di galassie, mentre le galassie non si possono formare che per frammentazione successiva, ma non quando la massa di Jeans istantanea dell'Universo lo permetterebbe (dacché il *free streaming* avrebbe cancellato tutte le perturbazioni di masse inferiori a $M_{f.s.} \approx 2,7 \cdot 10^{16} M_\odot m_{10\text{eV}}^{-2}$), bensì quando il collasso non lineare del superammasso lo permette.

Il collasso non lineare può avere inizio quando la perturbazione di densità diventa $\delta > (\Omega^{-1} - 1)$ [15].

I valori del *red shift* per cui la fase lineare può dirsi conclusa ed inizia il collasso non lineare sono tipicamente dell'ordi-

of today galaxies, Space Telescope Science Institute, Press release 96-29, 1996). (In copertina, è mostrata un'immagine ottenuta con il telescopio spaziale Hubble tra il 18 e il 28 Dicembre 1995, sommando 342 esposizioni per un totale di 10 giorni di integrazione. Il campo di vista è di circa 3×3 minuti d'arco ed è stata scelta una zona particolarmente priva di galassie brillanti. Essendo l'Universo omogeneo, questo piccolo campo di “profondo cielo” è statisticamente rappresentativo di tutto l'universo.)

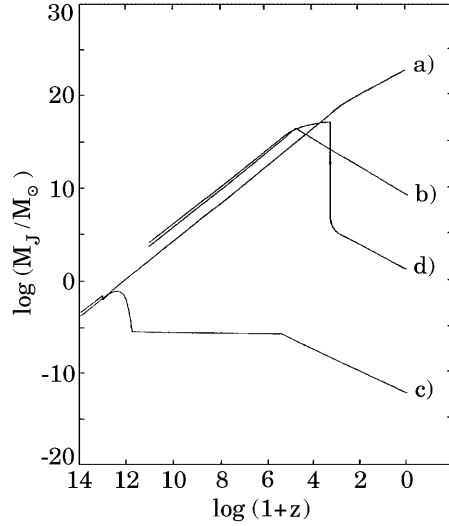


Fig. 6. – Andamento della massa di Jeans con il *red shift* per diverse particelle: a) massa dell'orizzonte causale, b) massa di Jeans per neutrini di massa a riposo di 30 eV, c) massa di Jeans per particelle di massa a riposo di 2 GeV (leptoni pesanti), d) massa di Jeans per i barioni (da Ruffini e Song [10]).

ne di $z_{n.l.} \geq 10$ (con $h = 1$) per i modelli CDM [16], e solo $z_{n.l.} \geq 5$ (con $h = 1$) per quelli HDM [17], limite che tende a ridursi ulteriormente con la diminuzione del valore della costante di Hubble oggi: se $h = 0,5$ e $\Omega_B = 0,03 \Rightarrow z_{n.l.} \geq 3,5$ [18].

Per i modesti valori del *red shift* ai quali i modelli di materia oscura calda prevedono l'inizio della formazione delle galassie questi modelli sono stati gradualmente abbandonati [19], e ciò trova un riscontro anche nei recenti dati osservativi del telescopio spaziale Hubble che mostrano evidenza osservativa dell'esistenza di galassie normali già a $z = 4,92$ [20].

Una galassia *star-forming* a $z = 5,78$ è stata trovata con il telescopio spaziale a raggi X Chandra [21].

Il modello di Universo a celle frattali è stato introdotto [22] per spiegare l'alta correlazione osservata delle strutture

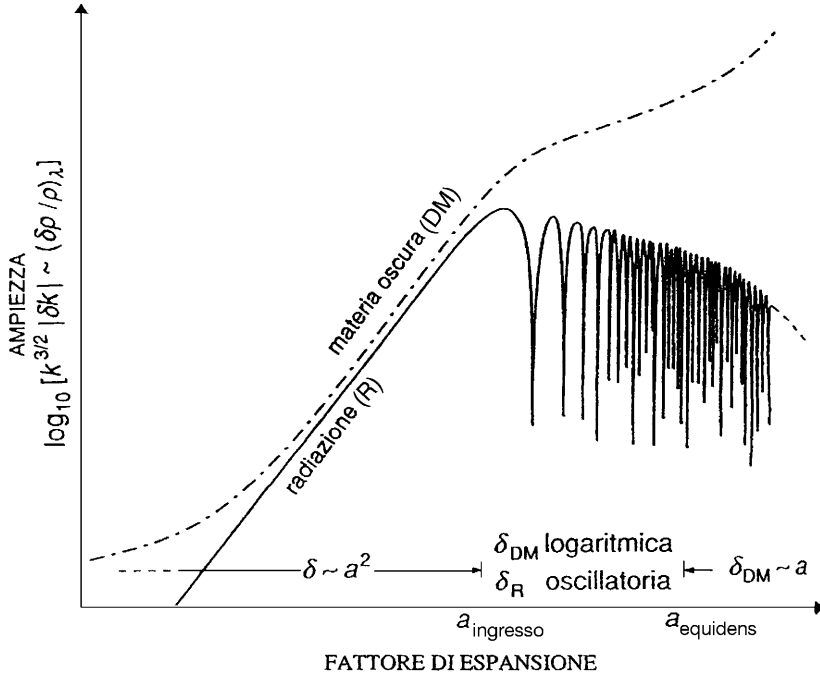


Fig. 7. – Evoluzione lineare di un modo di Fourier delle perturbazioni di densità: mentre la componente di materia oscura non trova ostacoli e la sua perturbazione δ cresce sempre, le componenti barioniche e di radiazione oscillano (fluido collisionale, soluzioni dell'idrodinamica) non appena entrano nell'orizzonte causale; dopo la ricombinazione la componente barionica raggiunge rapidamente l'ampiezza di quella della materia oscura (da Padmanabhan [11]).

su larga scala [23] a partire da un processo di formazione *top-down* governato dai neutrini, i più realistici candidati a materia oscura nell'Universo (non fosse altro perché sono gli unici la cui esistenza è stata accertata sperimentalmente). Senza entrare nei dettagli del modello basti considerare che la struttura frattale si produce entro ogni singola cella mediante un processo di frammentazione successiva (che presuppone dunque l'esistenza di perturbazioni di densità più piccole della cella stessa e quindi che sopravvivano al *free streaming* classico). Le dimensioni caratteristiche della cella sono legate alle proprietà microscopiche dei neutrini (la massa, il fatto di essere dei fermioni e di seguire la statistica di Fermi-Dirac); la

possibilità di sopravvivere al *free streaming* è dovuta alla statistica: passando da quella classica (di Boltzmann) a quella totalmente degenere (caso delle stelle di neutroni) si può dimostrare come l'effetto del *free streaming* riesca a cancellare perturbazioni dalla lunghezza d'onda via via sempre più piccola rispetto a quella di Jeans. Per i neutrini, che sono “semidegeneri”, il *free streaming* risulta efficiente soltanto a partire da

$$(2) \quad \lambda_{f.s.} \leq \frac{\lambda_J}{1,451}$$

per cui esiste tutta una regione permessa alle perturbazioni di densità, che così possono sopravvivere al *free streaming* [24]. Inoltre il modello a frammen-

tazioni successive della cella prevede — all'interno delle sottostrutture formate — una crescita delle perturbazioni non lineare, poiché la crescita delle sottostrutture avviene in “sottouniversi” che hanno via via una velocità di espansione minore. Quindi nelle sottostrutture si verificano casi intermedi tra l'espansione lineare $\delta \propto a$, e quella esponenziale $\delta \propto \exp[a]$, che corrisponde all'Universo statico.

Il numero 1,451 è una proprietà invariante di scala, dipende solo dal fatto che i neutrini seguono la statistica di Fermi-Dirac semidegenere

$$f = \frac{1}{\exp[E_\nu/KT_\nu] + 1}$$

ed è dunque plausibile che un'eventuale struttura frattale dipenda proprio da tale proprietà.

6. Conclusioni

Al momento attuale i dati osservativi non permettono di escludere completamente l'una o l'altra ipotesi di formazione di strutture a larga scala dell'Universo. Gli esperimenti spaziali in programma entro la prima decade del nuovo millennio (l'esperimento della NASA WMAP [25] *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* già operativo; quello dell'Agenzia Spaziale Europea PLANCK nel 2007 [26]); il progetto SNAP [27] per le ricerche su Supernovae di tipo Ia [28]; con i dati dagli esperimenti condotti da Terra (BOOMERANG [29] e MAXIMA [30]) chiariranno definitivamente la nostra conoscenza dei parametri cosmologici dell'Universo, compresa la presenza di energia di vuoto o costante cosmologica Λ .

La presenza di Λ modificherebbe la velocità di espansione cosmologica dell'Universo ad alti *red shift*, e perciò cam-

bierebbero i valori di alcuni parametri cosmologici associati a determinati fenomeni, come l'effetto Meszaros o le masse di Jeans della materia oscura. Le ragioni fisiche di questi fenomeni restano però le stesse descritte in questo articolo.

Bibliografia

- [1] BONOMETTO S., *Materia Oscura* in *Enciclopedia delle Scienze Fisiche*, vol. III, (Istituto dell'Enciclopedia Italiana, Roma) 1994, pag. 442-445.
- [2] SCARAMELLA R., *Struttura su grande scala dell'Universo* in *Enciclopedia delle scienze fisiche*, vol. VI, (Istituto dell'Enciclopedia Italiana, Roma) 1995, pag. 436-445.
- [3] Nell'esperimento Italiano DAMA, si cerca il rilevamento diretto dei *wimps*; dati aggiornati a tutto il 2002 sono in <http://www.lngs.infn.it/lngs/htexts/dama/>.
- [4] BOND J. R., EFSTATHIOU G. e SILK J., *Phys. Rev. Lett.*, **45** (1980) 1980.
- [5] DURRER R., *Astron. Astrophys.*, **208** (1989) 1-13.
- [6] PEEBLES P. J. E., *Principles of Physical Cosmology* (Princeton University Press, Princeton, NJ) 1993.
- [7] WHITE M. SCOTT D. e SILK J., *Anisotropies in the cosmic microwave background*, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, **32** (1994) 319-370.
- [8] DE BERNARDIS P., *et al.*, *A flat Universe from high-resolution maps of the cosmic microwave background radiation*, *Nature* **404** (2000) 955-959.
- [9] WEINBERG S., *Gravitation and Cosmology* (John Wiley e Sons, New York, NY) 1972 pag. 565.
- [10] RUFFINI R. e SONG D. J., in *Proceedings of the International Summer School Enrico Fermi Varenna*, Course LXXXVI (North Holland, Amsterdam) 1983 pag. 370.
- [11] PADMANABHAN T., *Structure Formation in the Universe* (Cambridge University Press, Cambridge, UK) 1993.
- [12] PRIMACK J. R. e BLUMENTHAL G. R., in *Clusters and Groups of Galaxies*, a cura di F. Mardirossian *et al.* (D. Reidel Publishing Company, Dordrecht) 1984, pag. 453.
- [13] HARRISON E. R., *Phys. Rev. D.*, **1** (1970) 2726.
- [14] ZEL'DOVICH YA. B., *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **160**, (1972) 1P.
- [15] SCARAMELLA R., vedi [2] pag. 444.

- [16] VITTORIO N. e SILK J., *Astrophys. J.*, **285** (1984) L39.
- [17] ZEL'DOVICH YA. B. e SUNYAEV R. A., *Astron. Astrophys.* **20** (1972) 189.
- [18] BOND J. R. e EFSTATHIOU G., *Astrophys. J.*, **285** (1984) L45.
- [19] TURNER M. S., *The hot big bang and beyond*, <http://babbage.sissa.it>, astro-ph 9503017 (1995) pag. 17.
- [20] SAVAGE D., *et al.*, STSci Pr97-25, 1997.
- [21] BUNKER A. J. *et al.*, *A Star-forming galaxy at $z = 5.78$ in the Chandra Deep Field South*, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **342** (2003) L47.
- [22] RUFFINI R., *et al.*, *Astron. Astrophys.*, **232** (1990) 7.
- [23] EINASTO J. *et al.*, *A 120 Mpc periodicity in the three-dimensional distribution of galaxy superclusters*, *Nature* **385** (1997) 139.
- [24] SIGISMONDI C., *Sulle perturbazioni di densità di fermioni non collisionali nello Universo in espansione*, Tesi di Dottorato in Fisica, Università "La Sapienza", Roma, 1998; C. Sigismondi, *et al.* *Damping Time and Stability of Density Fermion Perturbations in the Expanding Universe*, *Int. J. Mod. Phys. D*, **10** (2001) 663. La dimostrazione dell'invarianza di scala della formula (2) viene svolta sullo sviluppo al primo ordine delle equazioni del moto.
- [25] http://map.gsfc.nasa.gov/m_uni.html
- [26] <http://astro.estec.esa.nl/SA-general/Projects/Planck/>
- [27] <http://enews.lbl.gov/Science-Articles/Archive/SNAP-1.html>
- [28] PERLMUTTER S., *et al.*, *Discovery of a supernova explosion at half the age of the Universe*, *Nature* **391** (1998) 51; <http://snap.lbl.gov/brochure/> Dark energy in the Accelerating Universe (1999-2002).
- [29] <http://cmb.phys.cwru.edu/boomerang/>
- [30] <http://cosmology.berkeley.edu/group/cmb/>